

IDEAL NULL PADA MATRIKS ATAS RING

SKRIPSI



**JURUSAN MATEMATIKA
FAKULTAS MATEMATIKA DAN ILMU PENGETAHUAN ALAM
UNIVERSITAS AIRLANGGA
SURABAYA
2003**

IDEAL NULL PADA MATRIKS ATAS RING

SKRIPSI

Sebagai Salah Satu Syarat Untuk Memperoleh
Gelar Sarjana Sains Bidang Matematika
Pada Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam
Universitas Airlangga

Oleh :

M. ASMA'I
NIM. 089912049

Tanggal Lulus : 31 Juli 2003

Disetujui oleh :

Pembimbing I


Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

Pembimbing II


Fatmawati, S.Si, M.Si
NIP. 132 206 059



LEMBAR PENGESAHAN SKRIPSI

Judul : Ideal Null pada Matriks Atas Ring
Penyusun : M. Asma'i
NIM : 089912049
Tanggal Ujian : 31 Juli 2003

Disetujui oleh :

Pembimbing I


Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

Pembimbing II


Fatmawati, S.Si, M.Si
NIP. 132 206 059

Mengetahui :


Dekan Fakultas MIPA
Universitas Airlangga




Drs. H.A. Latief Burhan, MS
NIP. 131 286 709

Ketua Jurusan Matematika
FMIPA UNAIR




Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si
NIP. 131 801 397

M . Asma'i, 2003. **Ideal Null pada Matriks Atas Ring**. Skripsi ini dibawah bimbingan Drs. Moh. Imam Utoyo, M.Si dan Fatmawati, S.Si, M. Si Jurusan Matematika. Fakultas Matematika dan Ilmu Pengetahuan Alam. Universitas Airlangga.

ABSTRAK

Misalkan F adalah lapangan dan $A \in M_{n \times n}(F)$. Polinomial karakteristik A , didefinisikan sebagai $C_A(X) = \det(XI_n - A)$. Teorema Cayley-Hamilton menyatakan $C_A(A) = O$. Misalkan R adalah ring komutatif dengan elemen satuan dan $A \in M_{n \times n}(R)$. Ideal Null dari A , didefinisikan sebagai kernel homomorfisma R – aljabar dari $\mathcal{G}_A : R[X] \rightarrow M_{n \times n}(R)$ yang selanjutnya dinotasikan dengan N_A .

Tujuan dari skripsi ini adalah menunjukkan teorema Cayley-Hamilton berlaku pada $M_{n \times n}(R)$, dan menunjukkan aplikasi teorema Cayley-Hamilton pada N_A dan sifat - sifat dari N_A .

Dengan membuktikan bahwa teorema Cayley-Hamilton berlaku pada $M_{n \times n}(R)$, dan dengan mengaplikasikannya pada N_A , maka diperoleh $C_A(X) \in N_A$, N_A dan $\langle C_A(X) \rangle$ mempunyai radikal yang sama. Sedangkan polinomial $g(X) \in R[X]$ yang terletak pada N_A , memenuhi sifat: $g(X) \in N_A$ jika dan hanya jika $g(X) \text{adj}(XI_n - A) = KC_A(X)$, dengan $K \in M_{n \times n}(R[X])$.

Kata kunci : Lapangan, polinomial karakteristik, teorema Cayley-Hamilton, ring, ideal null, kernel homomorfisma R -aljabar, radikal .

M . Asma'i, 2003. **Null Ideal on Matrix over Ring**. This Script under tuition Drs. Moh . Imam Utoyo , M.Si And Fatmawati , S.Si M.Si. The Mathematics Majors. Faculty of Mathematics and Natural Sciences. University Airlangga .

ABSTRACT

Let F be a field and $A \in M_{n \times n}(F)$. The characteristic polynomial of A , is defined as $C_A(X) = \det(XI_n - A)$. The Cayley-Hamilton theorem says $C_A(A) = 0$. Let R be a commutative ring with identity, and $A \in M_{n \times n}(R)$. The null ideal of A , is defined as kernel the R -algebra homomorphism $\mathcal{G}_A : R[X] \mapsto M_{n \times n}(R)$ later on notation with N_A .

Intention of this script is show the Cayley-Hamilton theorem go into effect at $M_{n \times n}(R)$, and show the application of Cayley-Hamilton theorem at N_A and nature of N_A .

By proving that Cayley-Hamilton theorem go into effect at $M_{n \times n}(R)$, and with its application at N_A , hence is obtained $C_A(X) \in N_A$, N_A and $\langle C_A(X) \rangle$ have the same radical. While polynomial which lay in N_A , fulfilling the nature of : $g(X) \in N_A$ if only if $g(X) \text{adj}(XI_n - A) = KC_A(X)$, with $K \in M_{n \times n}(R[X])$.

Keyword : Field, characteristic polynomial, Cayley - Hamilton theorem, ring, null ideal, kernel the R - algebra homomorphism, radical.